

• ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ ΜΕΘΟΔΟΥ ΔΙΧΟΤΟΜΗΣ (ΚΕΦ. 2^ο) •

Να βρεθεί μέσω της μεθόδου διχοτόμησης μια ρίζα της $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$, στο $x \in [1, 2]$ κάνοντας τουλάχιστον 4 επαναλήψεις.

ΛΥΣΗ

- $f(1) = 1 + 1 - 3 - 3 = -4 < 0$
 - $f(2) = 8 + 4 - 6 - 3 = 1 > 0$
- $\Rightarrow f(1) \cdot f(2) < 0 \xrightarrow{\text{θετ.}} \exists x^* \in [1, 2]$

Επιπλέον, εφετάσουμε τη μονοτονία της f :

$$f'(x) = 3x^2 + 2x - 3 = 3(x^2 - 1) + 2x > 0, \quad \forall x \in [1, 2]$$

άρα η f γνησίως αύξουσα στο $[1, 2]$ άρα η ρίζα x^* είναι και μοναδική.

Υπολογίζουμε:

$$\forall x_0 = \frac{1+2}{2} = 1.5 \rightsquigarrow f(1.5) = -1.875 < 0$$

άρα η ρίζα $\in [1.5, 2.0]$

$$\forall x_1 = \frac{1.5+2}{2} = 1.75 \rightsquigarrow f(1.75) = 0.171875 > 0$$

άρα η ρίζα $\in [1.5, 1.75]$

$$\forall x_2 = \frac{1.5+1.75}{2} = 1.625 \rightsquigarrow f(1.625) = -0.94336 < 0$$

άρα η ρίζα $\in [1.625, 1.75]$

$$\forall x_3 = \frac{1.625+1.75}{2} = 1.6875 \rightsquigarrow \text{αυτή είναι η ζητούμενη ρίζα}$$

Επίσης, ισχύει

$$|x_1 - x_0| = 0.25, \quad |x_2 - x_1| = 0.125, \quad |x_3 - x_2| = 0.0625$$